

安全重启被COVID-19封闭社区的模型与策略

作者: 宋斌恒 (清华大学, songbinheng@sz.tsinghua.edu.cn), 黑霞丽 (路易斯安那大学拉法耶特分校: xiali.hei@louisiana.edu)

1 摘要

自2019年12月1日在中国武汉发现第一例COVID-19的病例到2020年4月7日全球发现1,413,415相关病例(来源: Johns Hopkins大学), 造成世界范围内的社区封闭, 工厂停工, 经济活动停顿。本文研究了带有隔离感染者区室的SIS模型的变种SIQS, 并利用部分现有COVID-19数据分析取得以下成果: 1) 利用SIQS模型得到隔离感染者控制疫情的规律。2) 利用COVID-19部分公共数据分析得到只要每天能够隔离15.3%以上的没有被隔离的感染者, COVID-19即可被控制, 不再需要封闭社区, 停工停产。3) 在不同情况下, 提出可实施的检出并隔离感染者的策略。其中这些策略可用于日后出现的传染和致病致死率更强的传染病。

2 前言

自2019年12月1日[1]在中国武汉发现第一例COVID-19的病例到2020年4月7日全球发现1,413,415确诊病例, 造成多个国家城市封城, 给全世界人民的生命财产造成了重大损失。目前有效的控制爆发的措施有封城, 筛查, 隔离。本文提出一种在现有的科技条件下可以实现的, 基于感染大规模筛查进而隔离部分患者, 使得其他人可以正常生活工作的防控措施, 并可在没有疫苗, 没有长效病毒抗体的情况下, 控制疫情, 直到根除。

3 数学模型和分析

流行病学的区室模型是研究传染病的重要简化模型。自从Kermack和Mckendrick在1927年[3]的开山之作之后有大量的文献研究了此类问题[6] [7]。其中针对有免疫和没有免疫的Susceptible-Infected-Recovered (SIR)[4]和Susceptible-Infected-Susceptible(SIS)模型[5]是最经典的两个模型。在SIS模型中假设人被分为两个区室: 易感者和感染者, 分别用 $S(t)$ 和 $I(t)$ 表示 t 时刻易感者和感染者的数量, 其中 $N = S + I$ 是总人口, 假设其为常数。

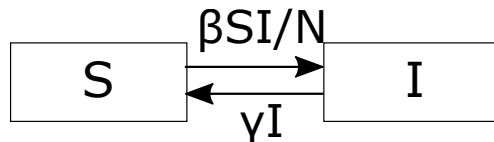


图 1: SIS传播模型

图1中右向箭头表示易感人群以 $\beta SI/N$ 的速度转化成感染人数，而左向箭头表示感染人群以 γI 的速度转化为易感人群。

其对应的常微分方程组为：

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta SI/N + \gamma I \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI/N - \gamma I\end{aligned}\quad (1)$$

其中 t 是时间，这里取单位为天， β 是单个感染者在全部是易感人群社区中传染人数的速度，单位是1/天。 γ 是单个感染者转变成易感人群人数的速度，单位是1/天。在瘟疫流行初期， $I \ll N$ ，因此 $S/N \simeq 1$ ， $\frac{dI}{dt} \simeq (\beta - \gamma)I$ 即 $I(t) = I(0)e^{(\beta - \gamma)t}$ ， $e^{\beta - \gamma} \simeq \frac{I(t+1)}{I(t)}$ 是第 $t+1$ 天和第 t 天感染人数之比。

当 $\beta > \gamma$ 时，流行病爆发；并在初期，每天感染人数增加的百分比为 $100(e^{\beta - \gamma} - 1)$ ，而最终 $\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = (1 - \frac{\gamma}{\beta})N$ 。

当 $\beta \leq \gamma$ 时，流行病不会爆发，而最终 $\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = 0$ 。

在SIS模型中加入一个隔离感染者区室就变成了隔离病人模型Susceptible-Infected-Quarantine-Susceptible (SIQS)。假设隔离感染者区室的人数是 Q ，且这部分人不再和易感人群接触，进而不再进行传染。

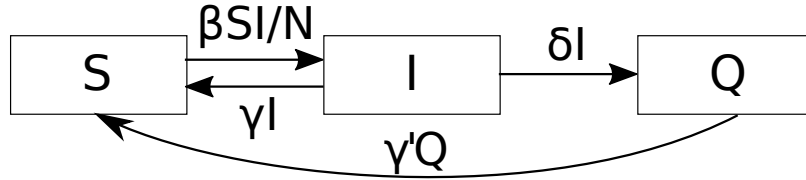


图 2: SIQS传播模型

图2和图1相比增加了隔离区室，其人数为 Q ，增加了 I 到 Q 的转移速度 δI 和 Q 向 S 的转移速度 $\gamma' I$ ，其对应的微分方程组为：

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta SI/N + \gamma I + \gamma' Q \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI/N - \gamma I - \delta I \\ \frac{dQ}{dt} &= \delta I - \gamma' Q\end{aligned}\quad (2)$$

其中 δ 是感染者的隔离强度，表示每天从未被隔离感染者的隔离的人数速度。经过简单的分析发现：

定理1：如果 $\beta < \gamma + \delta$ ，则 $I \leq I(0)e^{(\beta - \gamma - \delta)t}$ ，即感染人数以指数方式下降。

4 COVID-19参数估算

以中国和美国数据为例，其中假设以上两国在采取措施约两个星期左右前期自由传播的人数大约全部检出，而从第一例病例开始，我们假设以上两个国家没有有效第阻止病毒的自由传播而导致疫情爆发，另外这两个国家人口足够多，感染人口占总人口比例很低，可以认为 $S/N \simeq 1$ 。因此这段时间感染人数 $I(t)$ 近似满足： $\frac{dI(t)}{dt} \simeq (\beta - \gamma)I$ ，i.e., $I(t) \simeq I(0)e^{(\beta - \gamma)t}$ 。

中国从2019年12月1日发现第一例到2020年的2月7日，合计67天，感染人数确诊加疑似合计59,431例，代入上述公式可得 $e^{\beta-\gamma} \approx 1.178$, $\beta-\gamma \approx 0.164$. 美国从2020年1月19日第1例到2020年4月7日的392,285例，合计78天，代入公式可得美国的 $e^{\beta-\gamma} \approx 1.180$, $\beta-\gamma \approx 0.166$.

误差说明：因为 $2^{1/78} = 1.0089$, $2^{1/67} = 1.0104$, 也就是说上述确诊病人即使有2倍的误差， $e^{\beta-\gamma}$ 和 $\beta-\gamma$ 的误差大约为1%左右。另外，我们也没有扣除移出I的死亡和治愈人数，数据略大，但不影响后续分析。

以上计算表明，中国和美国爆发期间，感染者每天增加分别为17.8%和18.0%。考虑到美国的爆发期还有多种输入源，因此实际情况比略低18.0%。以下为了方便，我们统一假设COVID-19的 $e^{\beta-\gamma} = 1.180$, $\beta-\gamma = 0.166$ 做为后续控制措施依据。

另为利用全球数据2019年12月1日第1例到2020年4月7日止发病人数为1,413,415人，用时127天， $e^{\beta-\gamma} \approx 1.119$ ，这个数据比1.180小，原因是全世界的数据还没有充分检测，另外有大量的人工干预，特别是中国的全国隔离措施会大大降低单日增加率。

5 控制疫情的未隔离感染者的每天隔离比例

根据定理1以及第三章节估算的 $e^{\beta-\gamma} = 1.180$, 当 $\delta > \beta-\gamma = 0.166$ 时, 即 $1 - e^{-\delta} > 1 - 1/1.180 = 0.153$. 也就是说只要每天能把未隔离感染者隔离15.3%以上，就可以让当前未隔离的感染人数按照指数下降， δ 越大，或者说每天隔离速度越大，下降越快，瘟疫被控制的速度就越快。下表是隔离措施不同周期下，对应的隔离比例。如果每周检查并隔离68.7%以上的自由感染者，也可以控制瘟疫。

周期T(天)	1	2	3	4	5	6	7	10	14	20
$100(1 - e^{-sT})$	15.3	28.2	39.1	48.4	56.3	63.0	68.6	80.9	90.1	96.3

表 1: 不同感染周期下的隔离比例

6 推荐方案分析: COVID-19症状普查和实时核酸确认法

假设COVID-19感染者在传染期出现症状的概率是 a , 人口占比为 b , 核酸假阳率为 r , 核酸假阴率为 s , 而且核酸检查方法可实时出结果。

- 步骤1: 所有人每天进行COVID-19症状自我或公共普查。
- 步骤2: 有症状的人，进行实时核酸确认检查，被确认的人进行隔离。

如果 $a(1-s) \geq 16\%$ ，则据第3部分结果，疫情可控，否则此方案失败。在这种情况下，被隔离的假阳病人占总人口数的 $b * r$ 。下面举例说明，如果发热人数占传染期的50% (低于文献[2]中的71%)，核酸检验的 $r = 5\%$, $s = 5\%$ ，发热人数占1%，则以隔离0.05%的正常人和每天挑出47.5%的新感染者进行隔离，即可控制瘟疫的传染。

此方案的可行性分析： 普查体温很容易做到，任何个人公共场所都可以做到实时快速检查，而目前快速的核酸检查方法生产供货能力不足，只要开足马力，这个问题可在近期得到解决。

7 多种策略评估

策略1：暴露者追踪 由于这种方法总会有遗漏，一旦有遗漏的感染者，只用追踪方法再也不可能发现，COVID-19终将爆发。

策略2：周期性的核酸排查 这是最直接的控制手段，只要每天能检查出潜在的15.3%以上自由感染者，即可控制瘟疫。该方法目前无法实施，主要是现阶段没有可以进行大规模检测的方便易行的测试方法。此方法尽快成本很大，但和全球范围内的封城，大量人员死亡或者受病患折磨的成本相比，则少得多。若全人类利用此次危机能够建立起这样的机制，则可对付未来可能出现的更大规模的瘟疫。

策略3：隔离所有有症状的人 只要该瘟疫的感染者都有症状，则可控制。否则，存在无症状感染者的时候，此方法不可行。

策略4：隔离所有有症状并核酸检查阳性的感染者 这个策略比上面的策略3更容易实现，分析见第4章节。

策略5：策略1和4的综合 如果能够利用追踪法每天查出15.3%以上的感染者，并进行隔离，则利用本模型的结论就可以控制COVID-19。文献[8]研究过隔离和社交距离的作用，也给我们的建议提供了理论基础。

8 不足与展望

本文基于隔离感染者，提出若有方法可隔离15.3%以上的COVID-19没有被隔离的感染者，则COVID-19可被控制。并基于此提出若干可能的策略，并分析了其中的可行性。因为目前还没有关于无症状感染者更多的结论性成果，本文没有考虑从含有无症状感染者传输的传播模型，是遗留问题之一。随着检测技术的改进，当核酸检测假阴性低于1%，在全民检测的情况下，无症状感染者可以忽略不计。另外输入性感染者问题也是一个地区能否控制瘟疫的一个重要因素，需要另外去研究。如果全球一体化考虑，则可不用考虑输入性的问题。

另外本文的参数计算依赖于数据的准确性。各个地区，由于人们的日常生活习惯，卫生习惯不同其数据也会有差异，但不影响整体结论。

建议：1 目前已经控制的地区，可以严控边界输入尽快实施策略5，重新开放区域内的封锁。

2 目前爆发期的地区，采取封锁直到达到建议1的条件。

3 控制区域之间可以开放边界。

References Cited

- [1] Huang, C., Wang, Y., Li, X., Ren, L., Zhao, J., Hu, Y., Zhang, L., Fan, G., Xu, J., Gu, X. and Cheng, Z., 2020. Clinical features of patients infected with 2019 novel coronavirus in Wuhan, China. *The Lancet*, 395(10223), pp.497-506.
- [2] Bialek, S., Gierke, R., Hughes, M., McNamara, L. A., Pilishvili, T., & Skoff, T. (2020). Coronavirus Disease 2019 in Children—United States, February 12 – April 2, 2020.
- [3] Kermack, W. O. and McKendrick, A. G., 1927. A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceedings of the royal society of london. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character*, 115(772), pp.700-721.
- [4] Harko, T., Lobo, F. S. and Mak, M. K., 2014. Exact analytical solutions of the Susceptible-Infected-Recovered (SIR) epidemic model and of the SIR model with equal death and birth rates. *Applied Mathematics and Computation*, 236, pp.184-194.
- [5] Nakamura, G. M. and Martinez, A. S., 2019. Hamiltonian dynamics of the SIS epidemic model with stochastic fluctuations. *Scientific reports*, 9(1), pp.1-9.
- [6] Pongsumpun, P. and Tang, I., 2014. Dynamics of a new strain of the H1N1 influenza a virus incorporating the effects of repetitive contacts. *Computational and mathematical methods in medicine*, 2014.
- [7] Sinha, D.N., 2018. Mathematical Model of Zoonotic Influenza Subtype A (H7N9) Spread in Human Population. *J Immunol Tech Infect Dis* 7, 1, p.2.
- [8] Chowdhury, A., Kabir, K.A. and Tanimoto, J., 2020. How quarantine and social distancing policy can suppress the outbreak of novel coronavirus in developing or under poverty level countries: a mathematical and statistical analysis.